

DOI: 10.16285/j.rsm.2015.04.018

软弱夹层的极限荷载分析

殷 勇^{1,2}, 周国庆¹

(1. 中国矿业大学 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 江苏 徐州 221008; 2. 盐城工学院 土木工程学院, 江苏 盐城 224051)

摘 要: 岩土体中的软弱夹层是一种广泛存在的地质体, 由于其力学性质较差, 容易给工程建设带来安全隐患, 对其稳定性的研究逐步引起重视。根据塑性极限平衡分析方法, 针对软弱夹层的承载稳定问题, 将软弱夹层上下土层当作准刚性层, 基于修正 Prandtl 挤压理论解答对软弱夹层的极限荷载进行了计算。分析过程中认为, 准刚性层间的软弱夹层在极限状态下发生塑性挤出破坏, 考虑到 Prandtl 挤压理论的剪应力解答在 x 方向上的不足, 结合不同的边界应力条件, 对软弱夹层中的应力分量和夹层表面的极限荷载进行了重新求解。推导的极限荷载实用计算式能综合考虑软弱夹层面的摩擦条件、土层自重及夹层周围的受力状态等因素, 并与其他理论计算式的结果进行了对比分析。计算结果分析表明, 不考虑土重时, 该方法计算的夹层极限荷载随厚度变化规律与 Prandtl 方法基本一致; 考虑土重影响时, 该方法计算结果与规范法相似, 但在夹层较厚时能更明确地反映宽度对极限荷载的影响。此外, 夹层上下边界的摩擦条件对极限荷载的影响程度随夹层宽厚比的不同而变化, 对于一定厚度的夹层存在几乎不受摩擦条件影响的临界宽度。其研究结果可为软弱夹层的承载稳定分析提供参考。

关 键 词: 软弱夹层; 塑性极限平衡; Prandtl 挤压理论; 极限荷载

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

文章编号: 1000—7598 (2015) 04—1035—07

Ultimate load analysis of soft interlayer

YIN Yong^{1,2}, ZHOU Guo-qing¹

(1. State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining & Technology, Xuzhou, Jiangsu 221008, China;
2. School of Civil Engineering, Yancheng Institute of Technology, Yancheng, Jiangsu 224051, China)

Abstract: Soft interlayer is a widely existing geological body in rock and soil mass. Due to its weak mechanical properties, it usually brings potential safety hazard to engineering construction. Based on the plastic limit equilibrium method, an ultimate-load formulation of soft interlayer is derived by using the modified Prandtl squeezing theory and assuming that the upper and lower layers close to the soft interlayer to be quasi-rigid. In the analysis, we suggests that under the limit state the soft interlayer between quasi-rigid layers displays plastically squeezing failure behaviors. Due to the inaccuracy of Prandtl's shear stress solution in the x direction, new solutions of stress components and ultimate load of soft interlayer are determined with considering various boundary stress conditions. A simple formulation of the ultimate load on the soft interlayer is derived, which could reflect the comprehensive effects of dead weight, boundary stress conditions, as well as friction condition of boundaries on the ultimate load of soft interlayer. Meanwhile, by comparing results from proposed method to other methods, it is shown that, if the dead weight of interlayer is ignored, the variation of ultimate load with thickness of soft interlayer in this text generally agree with what the Prandtl method predicts; when the dead weight is taken into account, the solutions of the proposed method yields results similar to the method in the construction code. For thick interlayer, however, the proposed method can more properly reflect the influence of width on the ultimate load. In addition, the effect of the boundary friction on the ultimate load varies with width-thickness ratio of soft interlayer, and a critical width is found to exist for the interlayer, which is hardly affected by the friction condition for the interlayer with a certain thickness.

Keywords: soft interlayer; plastic limit equilibrium; Prandtl squeezing theory; ultimate load

1 引 言

随着城市地下空间开发利用的程度不断增加,

许多建筑物尤其高层建筑采用大面积的筏板基础或箱型基础并设置地下室来利用地下空间。这种基础形式在工程中经常遇到下卧软弱夹层的情况, 有时

收稿日期: 2013-11-18

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (973 计划) 资助项目(No. 2012CB026103); 国家自然科学基金资助项目(No. 50974117)。

第一作者简介: 殷勇, 男, 1980 年生, 博士研究生, 讲师, 主要从事岩土力学性质与工程方面的研究工作。E-mail: 15252003639@126.com

由于式 (11) 只有在 $\frac{\varphi'(x)}{2} + \frac{\varphi^2(x)}{k}$ 为常量时才能成立, 且由式 (4) 可知 $\frac{\varphi'(x)}{2} + \frac{\varphi^2(x)}{k} > 0$ 。因此, 可设:

$$\frac{\varphi'(x)}{2} + \frac{\varphi^2(x)}{k} = A^2 \quad (12)$$

结合 $\varphi(0) = 0$, 求解上式, 可得

$$\varphi(x) = A\sqrt{k} \operatorname{th} \frac{2xA}{\sqrt{k}} \quad (13)$$

当 $x \rightarrow \infty$ 时, $\varphi(x) = A\sqrt{k}$, 由式 (4) 可得

$$A = -\frac{m\sqrt{k}}{h} \quad (14)$$

由上述已知条件可分别求得

$$\varphi(x) = -\frac{mk}{h} \operatorname{th} \frac{2mx}{h} \quad (15)$$

$$f(y) = -\frac{m^2k}{h^2} y^2 - ry \quad (16)$$

$$\phi(x) = \int_0^x \varphi(x) dx = -\frac{k}{2} \ln \operatorname{ch} \frac{2mx}{h} \quad (17)$$

$$\varphi'(x) = -\frac{2m^2k}{h^2} \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \frac{2mx}{h}} \quad (18)$$

综上, 挤压材料中的应力分量可写为

$$\sigma_x = \frac{k}{2} \ln \operatorname{ch} \frac{2mx}{h} - \frac{km^2y^2}{h^2} - ry + c_1 \quad (19)$$

$$\sigma_y = \frac{km^2}{h^2} \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \frac{2mx}{h}} y^2 + \frac{k}{2} \ln \operatorname{ch} \frac{2mx}{h} - ry - 2k + c_1 \quad (20)$$

$$\tau_{xy} = \varphi(x)y = -\frac{mk}{h} y \operatorname{th} \frac{2mx}{h} \quad (21)$$

考虑挤压材料两端受到一定的外力 T , 再根据材料两端水平方向的应力边界条件 (式 (22)), 可求得 c_1 值。

$$\int_{-h}^h \sigma_x(b/2, y) dy + T = 0 \quad (22)$$

$$c_1 = \frac{km^2}{3} - \frac{k}{2} \ln \operatorname{ch} \frac{mb}{h} + \frac{rh}{2} - \frac{T}{2h} \quad (23)$$

最终, 得到考虑板面摩擦效应、材料体力、材

料两端受力情况下的应力分量如式 (24) 所示, 可以看出解答中 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} 符合对称性要求。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{k}{2} \ln \operatorname{ch} \frac{2mx}{h} - \frac{km^2y^2}{h^2} - ry + \frac{km^2}{3} - \\ &\quad \frac{k}{2} \ln \operatorname{ch} \frac{mb}{h} + \frac{rh}{2} - \frac{T}{2h} \\ \sigma_y &= \frac{km^2}{h^2} \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \frac{2mx}{h}} y^2 + \frac{k}{2} \ln \operatorname{ch} \frac{2mx}{h} - ry - 2k + \\ &\quad \frac{km^2}{3} - \frac{k}{2} \ln \operatorname{ch} \frac{mb}{h} + \frac{rh}{2} - \frac{T}{2h} \\ \tau_{xy} &= -\frac{mk}{h} y \operatorname{th} \frac{2mx}{h} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

4 极限荷载计算及结果分析

对 σ_y 沿上板面 ($y=h$) 积分可得到板面极限荷载为

$$P = \int_{-b/2}^{b/2} \sigma_y dx = \int_{-b/2}^{b/2} \left(\frac{km^2}{\operatorname{ch}^2 \frac{2mx}{h}} + \frac{k}{2} \ln \operatorname{ch} \frac{2mx}{h} - 2k + \frac{km^2}{3} - \frac{k}{2} \ln \operatorname{ch} \frac{mb}{h} - \frac{rh}{2} - \frac{T}{2h} \right) dx \quad (25)$$

式 (25) 中因 $\int_{-b/2}^{b/2} \frac{k}{2} \ln \operatorname{ch} \frac{2mx}{h} dx$ 项不可积, 采用

Taylor 级数对其展开并取前几项可得

$$\int_{-b/2}^{b/2} \frac{k}{2} \ln \operatorname{ch} \frac{2mx}{h} dx = \frac{k h \pi^2}{48m} + \frac{k m b^2}{4h} - \frac{k b}{2} \ln 2 - \frac{k h e^{-\frac{2mb}{h}}}{4m}$$

最终求得板面的极限荷载为

$$P = k \left[\left(m h \operatorname{th} \frac{mb}{h} + \frac{h \pi^2}{48m} - \frac{m b^2}{4h} - \frac{h e^{-\frac{2mb}{h}}}{4m} - 2b + \frac{b m^2}{3} - \frac{b}{2} \ln(1 + e^{-\frac{2mb}{h}}) \right) - \frac{r b h}{2} - \frac{T b}{2h} \right] \quad (26)$$

将式 (26) 用于软弱夹层上极限荷载计算时, 若考虑土层两端存在挤压力 $T = 2k_0 q h$, 同时存在上覆土层压力 $(q - rh)b$ 影响时, 软弱夹层的极限荷载为

$$P = k \left[\left(m h \operatorname{th} \frac{mb}{h} + \frac{h \pi^2}{48m} - \frac{m b^2}{4h} - \frac{h e^{-\frac{2mb}{h}}}{4m} - 2b + \frac{b m^2}{3} - \frac{b}{2} \ln(1 + e^{-\frac{2mb}{h}}) \right) + \frac{r h b}{2} - (1 + k_0) q b \right] \quad (27)$$

式中: k_0 为土的静止侧压力系数, 对可塑状态软土可取 0.5; q 为地表至软弱土层中心处土层有效自重应力。

若不考虑两端挤压力及上覆荷载, 软弱夹层的屈服强度取不排水强度 $k=c$, 并假设板面完全粗糙时, 则由式 (26) 可得软弱夹层的极限荷载为

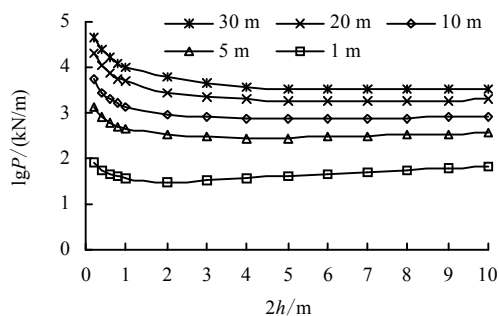
$$P = c \left[\left(h \tan \frac{b}{h} + \frac{h \pi^2}{48} - \frac{b^2}{4h} - \frac{h e^{-\frac{2b}{h}}}{4} - \frac{5b}{3} - \frac{b}{2} \ln \left(1 + e^{-\frac{2b}{h}} \right) \right) - \frac{r b h}{2} \right] \quad (28)$$

4.1 极限荷载与软弱夹层几何尺寸的关系

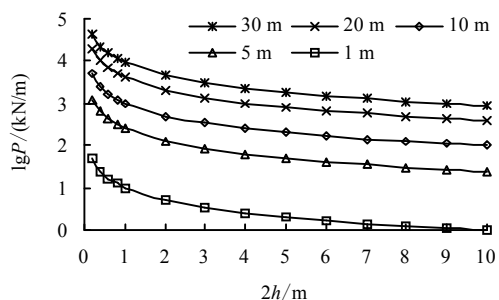
取软弱夹层参数 $c=20$ kPa, $r=20$ kN/m³, $b=1, 5, 10, 20, 30$ m, $2h=0.2 \sim 10$ m, 则极限荷载随软弱夹层宽度、厚度的变化关系按式 (28) 及现有其他理论公式的计算结果如图 4 所示, 其中图 4(a) 为本文解答, 图 4(b) 为 Prandtl 经典解答, 图 4(c) 为本文不考虑土重的解答, 图 4(d) 为文献[13]中薄层挤压理论解答。

由几种理论的解答结果可以看出, 当假设软弱夹层上、下面为完全粗糙时, 软弱夹层的极限荷载与土层的宽厚比有很大关系。从总体上看, 在宽厚比较大时, 极限荷载处于高值, 此时土体会发生类似于刚性板间材料被挤出的破坏形式, 发生少量或不发生剪切破坏。随着宽厚比减小, 地基土体发生剪切的情形会多于挤出破坏, 极限荷载逐步下降。Azam 等^[16]对下卧岩基的地基承载力研究时也得到相同的结论。此外, 对于一定厚度的软弱夹层, 其极限荷载随夹层宽度的增加而升高。

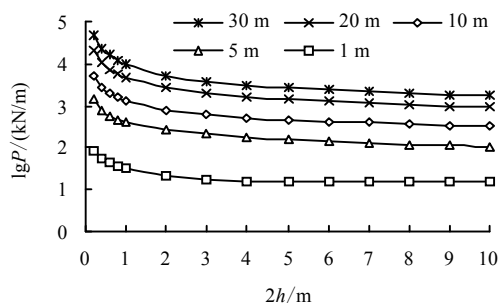
对比其他相关理论解答, 考虑软弱夹层自重时, 按本文解答计算的极限荷载随土厚增加而降低至一定值后趋于恒定并且有逐步增大的趋势, 在宽度较小的土层中较为明显; Prandtl 解答表明, 极限荷载随土厚增加而逐步降低, 不存在极限荷载增加的情形 (见图 4(b)), 这一结论与本文解答中不考虑夹层自重时的结果基本相似 (见图 4(c)), 但 Prandtl 的解答值明显低于本文解。采用规范中薄层挤压理论计算结果如图 4(d) 所示, 几种宽度土层的极限荷载变化规律与本文考虑土重时的解答相似, 但规范法计算的几种宽度土层的极限荷载随土厚增加有趋于一致的情形, 夹层厚度达到 10 m 时几种宽度极限荷载差距减小, 不能充分反映夹层宽度对其极限荷载的影响。



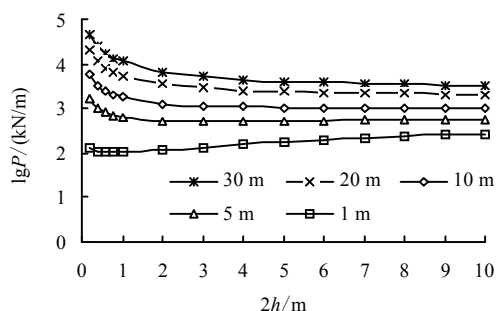
(a) 本文解



(b) Prandtl 解



(c) 本文解-不考虑土重



(d) 规范解

图 4 极限荷载随土层宽、厚的变化
Fig.4 Ultimate load variations with width and height of soil

4.2 夹层面摩擦条件对极限荷载的影响

假设软弱夹层与上覆拟刚性层之间的剪应力和摩擦系数 m 的关系为 $\tau=mc$ 。软弱夹层参数 $c=20$ kPa, $r=20$ kN/m³, $b=0.1 \sim 30$ m, $2h=1$ m, $m=0.1 \sim 1.0$, 不考虑上覆及侧面荷载影响, 则不同宽度

软弱夹层的极限荷载增量随表面摩擦条件的变化关系按式 (26) 的计算结果, 如图 5 所示, 其中纵坐标表示极限荷载相对于 $m=1$ 时的增量。

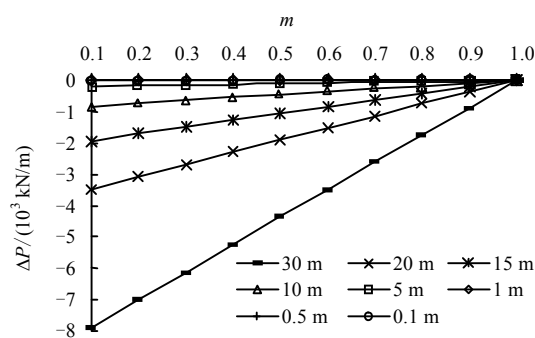


图 5 ΔP 与 m 变化关系
Fig.5 Relationships between ΔP and m

由图可以看出, 软弱夹层表面摩擦系数对极限荷载的影响随夹层宽度不同而有较大区别。通过对计算结果的分析, 对于厚度为 1 m 的夹层, 宽度约 1.5 m 时, 其极限荷载基本不受夹层表面摩擦系数的影响。宽度大于 1.5 m 时 (即宽厚比大于 1.5 时), 极限荷载均小于 $m=1$ 时的极限荷载, 随摩擦系数的减小, 其极限荷载降低越大, 基本呈线性关系, 且夹层宽度越大, 极限荷载的降幅越大。软弱夹层的宽度不超过 1.5 m 时, 极限荷载均大于 $m=1$ 时的极限荷载, 但差距很小。同时, 夹层宽度小于 1.5 m 时, 摩擦系数及宽度变化对极限荷载的影响并不大。因此, 实际工程中对于一定厚度的软弱夹层, 若考虑的宽度范围较大, 则夹层面摩擦条件对其极限荷载影响越显著, 应尽量提高夹层面的粗糙程度以利于极限荷载的提高。

5 结 论

(1) 改进了 Prandtl 薄层挤压解答中应力边界条件的矛盾, 求解了软弱夹层中应力分量及夹层面的极限荷载, 计算式可以考虑夹层面摩擦条件、土体自重、夹层表面及两端受力情况。

(2) 不考虑土重时, 本文方法计算的极限荷载随厚度的变化规律与 Prandtl 方法计算结果基本一致, 但 Prandtl 解答偏于保守; 薄层挤压理论解答则没有充分反映出受压宽度对极限荷载的影响, 尤其是土层厚度较厚时。考虑土重时, 本文方法计算结果和规范方法解答具有相同规律, 与常规地基承载力理论考虑土重的影响类似, 可以反映土重对极限荷载的贡献。

(3) 按照文中所给定的夹层参数, 软弱夹层上

下界面的摩擦条件对于宽厚比大于 1.5 时的极限荷载影响较大, 实际工程中应注意夹层面的粗糙度对极限荷载的影响。

(4) 式 (27) 给出的实用计算公式, 可以考虑夹层周围不同的边界条件, 对于判断地基中软弱夹层的承载稳定性, 具有较好的工程实用价值。

参 考 文 献

- [1] 王浩然, 黄茂松, 刘怡林. 含软弱夹层边坡的三维稳定性极限分析[J]. 岩土力学, 2013, (增刊 2): 156—160.
WANG Hao-ran, HUANG Mao-song, LIU Yi-lin. Three-dimensional stability analysis of slope with weak interlayer[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2013, (Supp.2): 156—160.
- [2] 张志强, 李宁, Swoboda G. 软弱夹层分布部位对洞室稳定性影响研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24 (18): 3252—3257.
ZHANG Zhi-qiang, LI Ning, SWOBODA G. Influence of weak interbed distribution on stability of underground openings[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, 24(18): 3252—3257.
- [3] 张农, 李桂臣, 阚甲广. 煤巷顶板软弱夹层层位对锚杆支护结构稳定性影响[J]. 岩土力学, 2011, 32(9): 2753—2758.
ZHANG Nong, LI Gui-chen, KAN Jia-guang. Influence of soft interlayer location in coal roof on stability of roadway bolting structure[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, 32(9): 2753—2758.
- [4] HILL R. The mathematical theory of plasticity[M]. Oxford: Oxford University Press, 1950.
- [5] 张国霞. 基础工程学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1991.
- [6] 姬深堂, 胡向奎, 陈希太, 等. 地基软弱下卧层强度验算的讨论[J]. 煤炭工程, 2001, (7): 59—61.
JI Shen-tang, HU Xiang-kui, CHEN Xi-tai, et al. Discussion on strength calculation of soft underlayer in ground[J]. *Coal Engineering*, 2001, (7): 59—61.
- [7] 穆满根, 陈敦伍. 高层建筑地基下卧软弱夹层的稳定性探讨[J]. 安全与环境工程, 2010, 17(6): 113—117.
MU Man-gen, CHEN Dun-wu. Discussion on the stability of underlying soft interlayer under high-rise building foundation[J]. *Safety and Environmental Engineering*, 2010, 17(6): 113—117.